

AH 1107 CV-19
B.A./B.Sc. (Part-I)
(Private Student)
Term End Examination, 2019-20
MATHEMATICS
Peper - II

Time:- Three Hours]

[Maximum Marks:50

नोट : किन्ही **पॉच** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न करना अनिवार्य है। सभी प्रश्नों के अंक समान है।

Note: Answer any **five** question from each unit is compulsory. All questions carry equal marks.

इकाई / Unit - I

1. (a) सिद्ध कीजिए कि के x सभी परिमित मानों के लिए $\sin^2 x$ संतत् है।

Prove that $\sin^2 x$ is continuous for all finite values of x .

(b) यदि $f(x) = x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right)$, $x \neq 0$ के लिए $f(0) = 0$ दर्शाइये कि f स्वतंत्र संतत् और अवकलनीय है तथा $f'(0) = 0$ पुनश्च दर्शाइये कि f' मूलबिन्दु पर द्वितीय प्रकार का असांतत्य रखता है।

If $f(x) = x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ for $x \neq 0$, $f(0) = 0$ Show that f is continuous and differentiable everywhere and $f'(0) = 0$. Show that further f' has a discontinuous of second kind at the origin.

2. (a) यदि $y = a \cos(\log x) + b \sin(\log x)$ तो सिद्ध कीजिए कि

$$x^2 y_{n+2} + (2x + 1)xy_{n+1} + (n^2 + 1)y_n = 0$$

If $y = a \cos(\log x) + b \sin(\log x)$ then prove that

$$x^2 y_{n+2} + (2x + 1)xy_{n+1} + (n^2 + 1)y_n = 0$$

(b) मैक्लारिन प्रमेय से $\tan^{-1} x$ का x की घातों में प्रसार कीजिए।

Expand $\tan^{-1} x$ in power of x by Maiclorin's theorem.

इकाई / Unit - II

3. (a) निम्नलिखित वक्र की अननतस्पर्शियां ज्ञात कीजिए।

Find the asymptotes of the following carves-

$$x^3 + 3x^2y - 4y^3 - x + y + 3 = 0$$

(b) सिद्ध कीजिए कि वक्र $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ के बिन्दु $(a \cos^3 \theta, a \sin^3 \theta)$ पर वक्रता त्रिज्या $3a \sin \theta \cos \theta$ है।

Prove that the radius of curvature at the point $(a \cos^3 \theta, a \sin^3 \theta)$ of the curve $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ is $3a \sin \theta \cos \theta$.

4. (a) दर्शाइये कि वक्र $y^2 = (x - a^2)(x - b)$ के नति परिवर्तन बिन्दु रेखा $3x + a = 4b$ पर स्थित है।

Show that the points of inflexion of the curve $y^2 = (x - a^2)(x - b)$ is on the line $3x + a = 4b$.

(b) वक्र $y^2(a + x) = x^2(3a - x)$ का अनुरेखण कीजिए।

Trace the curve $y^2(a + x) = x^2(3a - x)$.

इकाई / Unit - III

5. (a) सिद्ध कीजिए—

Prove that -

$$\int_0^{\pi/2} \log \sin x \, dx = \frac{\pi}{2} \log 2$$

- (b) दर्शाइये कि वक्र $y^2(a+x) = x^2(3a-x)$ के लूप का क्षेत्रफल, इस वक्र और अनन्तस्पर्शियों के मध्य घिरे क्षेत्रफल के बराबर है।

इसकी

Show that the area of the loop of the curve $y^2(a+x) = x^2(3a-x)$ is equal to the area between the curve and its asymptotes.

6. (a) वक्र $8x^2y^2 = x^2(a^2 - 2x^2)$ की सम्पूर्ण लम्बाई ज्ञात कीजिए।

Find the whole length of the curve $8x^2y^2 = x^2(a^2 - 2x^2)$.

- (b) हृदयाम $r = a(1 - \cos\theta)$ को आदि रेखा के परितः घुमाने से जनित ठोस का आयतन ज्ञात कीजिए।

Find the volume of the solid generated $r = a(1 - \cos\theta)$ by the revolution of the cardioid about the initial line.

इकाई / Unit - IV

7. (a) हल कीजिए -

Solve it-

$$x \frac{dy}{dx} + y = (4x + y + 1)y^2 \log x.$$

- (b) हल कीजिए -

Solve it-

$$(1 + e^{x/y})dx + e^{x/y}(1 - x/y)dy = 0.$$

8. (a) हल कीजिए -

Solve it-

$$(px - y)(py + x) = h^2P$$

- (b) हल कीजिए -

Solve it-

$$\frac{d^4y}{dx^4} - 2 \frac{d^2y}{dx^2} + y = x^2 \cos x.$$

इकाई / Unit - V

9. (a) हल कीजिए -

Solve it-

$$(3 - x) \frac{d^2y}{dx^2} - (9 - 4x) \frac{dy}{dx} + (6 - 3x)y = 0.$$

- (b) हल कीजिए -

Solve it-

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{2}{x} \frac{dy}{dx} + \frac{a^2}{x^4} y = 0.$$

10. (a) हल कीजिए -

Solve it-

$$\frac{d^2x}{dt^2} - 3x - 4y = 0, \frac{d^2y}{dt^2} + x + y = 0$$

- (b) हल कीजिए -

Solve it-

$$\frac{dx}{x(y^2 - z^2)} = \frac{dy}{y(z^2 - x^2)} = \frac{dz}{z(x^2 - y^2)}$$