

AHO -1106 CV-19
B.A/B.Sc. (Part-I)
(Ex./Suppl.)
Term End Examination, 2019-20
MATHEMATICS
Paper - I

Time:- Three Hours]

[Maximum Marks:50

नोट : प्रत्येक प्रश्न से किन्हीं दो भागों को हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note: Answer any two parts from each question. All Questions carry equal marks.

इकाई-1 Unit-I

1. (a). प्रारंभिक संक्रिया विधि के द्वारा निम्न आव्यूह का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए।
With the help of elementary operations find the inverse of the matrix:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

- (b). आव्यूह A को प्रसामान्य रूप में परिवर्तित कीजिए, और आव्यूह की जाति ज्ञात कीजिए जहाँ :-

Reduce the matrix A into its normal forms and find the rank of the matrix.
Where.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -3 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

- (c). कैले हेमिल्टन प्रमेय को लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।
State and prove Cayley - Hamilton Theorem

इकाई-2 Unit-II

2. (a) ज्ञात कीजिए कि λ, μ के किन मानों के लिए समीकरणों $x + y + z = 6, x + 2y + 3z = 10, x + 2y + \lambda z = \mu$ का (i) कोई हल नहीं (ii) एक अद्वितीय हल (iii) अन्ततः हल होंगे।
investigate for what values of X, Y the equations $x + y + z = 6, x + 2y + 3z = 10, x + 2y + \lambda z = \mu$ have (i) No solution (ii) A unique solution (iii) An infinity of solution.
- (b) दर्शाइये कि समीकरण $x^3 + 5x^2 + 3x - 9 = 0$ के एक से अधिक बहुलक मूल हैं। उन सभी मूलों को ज्ञात कीजिए।
Show that the roots of the equation $x^3 + 5x^2 + 3x - 9 = 0$ is of multiplicity determine them.
- (c) समीकरण $x^3 - 15x - 126 = 0$ को कार्डन विधिसे हल कीजिए।

Solve the equation $x^3 - 15x - 126 = 0$ by cordons method.

इकाई-3 Unit-III

3. (a) यदि समुच्चय A में R एक तुल्यता संबंध है, तो सिद्ध कीजिए कि R^{-1} समुच्चय A में एक तुल्यता संबंध है।

If R is an equivalence relation in the set A, then Prove that R^{-1} is an equivalence relation in the set A.

- (b) सिद्ध कीजिए कि आब्यूहों

$$A_\alpha = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$$

का समुच्चय, जहाँ पर X एक वास्तविक संख्या है आब्यूह गुणन के अन्तर्गत आबेली समूह निर्मित करना है।

Prove that the set of matrix $A_\alpha = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$ Where X is a Real number forms a group under matrix multiplication.

- (c) मानलो H और K एक समूह G के परिमित उपसमूह है तब सिद्ध कीजिए—
Let H and K be finite subgroups of group G then prove that

$$O(HK) = \frac{o(H) o(K)}{o(H \cap K)}$$

इकाई-4 Unit-IV

4. (a) सिद्ध कीजिए सभी समूहों के समुच्चय में तुल्यकारिता का संबंध एक तुल्यता संबंध होता है।

Prove that the relation of isomorphism in the set of all groups is an equivalence relation.

- (b) वलयों के समाकारिता का मूलभूत प्रमेय को लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।
State and prove fundamental theorem on homomorphism of rings.

- (c) सिद्ध कीजिए प्रत्येक परिमित पूर्णाकीय प्रान्त एक क्षेत्र होता है।

Prove that every finite integral domain is field.

इकाई-5 Unit-V

5. (a) द- मॉयवर प्रमेय के प्रयोग से हल कीजिए : $X^7 + 1 = 0$

Solve $X^7 + 1 = 0$ by using De-movers' theorem.

- (b) यदि $\tan(X+iY) = \cos\alpha + \sin\alpha$ सिद्ध कीजिए कि:-

(i) $x = \frac{1}{2}n\pi + \frac{1}{4}\pi$, (ii) $y = \frac{1}{2} \log \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}\right)$

Of $\tan(X+iY) = \cos\alpha + \sin\alpha$ prove that.

(i) $x = \frac{1}{2}n\pi + \frac{1}{4}\pi$, (ii) $y = \frac{1}{2} \log \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}\right)$

- (c) श्रेणी का योग कीजिए :

Sum of the series :

$$\sin \alpha + \frac{1}{2} \sin 2\alpha + \frac{1}{2^2} \sin 3\alpha + \dots \dots \dots \infty$$