

AH 1106 CV-19
B.A./B.Sc. (Part-I)
Term End Examination, 2019-20
MATHEMATICS
Paper - I

Time:- Three Hours]

[Maximum Marks:50

नोट : प्रत्येक प्रश्न से किन्ही दो भागों को हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note: Solve any two parts from each question. All questions carry equal marks.

इकाई / Unit - I

1. (a) प्रारम्भिक रूपान्तरणों की सहायता से A^{-1} का मान ज्ञात कीजिए, जहाँ—

With the help of elementary transformation find the Inverse of A, where-

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 2 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

(b) निम्न आव्यूह की जाति एवं शून्यता ज्ञात कीजिए :

Find the rank and nullity of the following Matrix:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 5 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$$

(c) सिद्ध कीजिए किसी आव्यूह के भिन्न-भिन्न आइगेन मानों के संगत आइगेन सदिश रैखिकतः स्वतंत्र होते हैं।

Prove that the eigen vectors corresponding to distinct eigen values of a matrix are linearly independent.

इकाई / Unit - II

2. (a) दिखाइये कि निम्न समीकरण असंगत है? (आव्यूह विधि द्वारा)

Show that the following equations are inconsistent. (Using matrix method.)

$$\begin{aligned} x + y + z &= -3 \\ 3x + y - 2z &= -2 \\ 2x + 4y + 7z &= 7 \end{aligned}$$

(b) बहुपदों $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 6$ और $g(x) = x^3 - 4x^2 + 4x - 3$ का महत्तम समापवर्तक ज्ञात कीजिए।

Find the Greatest common divisor of the following polynomials.

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 6 \text{ and } g(x) = x^3 - 4x^2 + 4x - 3$$

(c) वह प्रतिबंध ज्ञात कीजिए कि समीकरण $x^3 + 3px^2 + 3qx + r = 0$ के मूल हरात्मक श्रेणी (H.P.) में है।

Find the condition, when the roots of the equation $x^3 + 3px^2 + 3qx + r = 0$ are in H.P.

इकाई / Unit - III

3. (a) यदि R^{-1} तथा S^{-1} क्रमशः संबंधों R तथा S के प्रतिलोम संबंध हो तो सिद्ध कीजिए कि—

$$(SOR)^{-1} = R^{-1}OS^{-1}$$

If R^{-1} and S^{-1} are inverse of the relation R and S respectively, then prove that

$$(SOR)^{-1} = R^{-1}OS^{-1}$$

- (b) सिद्ध कीजिए की शून्यतर सम्मिश्र संख्याओं C_0 गुणन संयोजन के साथ एक अनन्त कोटि का आबेली समूह है।

Prove that the set of Non-zero complex numbers C_0 form an infinite abelian group with respect to multiplication composition.

- (c) लंग्राज प्रमेय को लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।

State and Prove Langrage's theorem.

इकाई / Unit - IV

4. (a) समूहों पर समाकारिता का मूलभूत प्रमेय को लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।

State and Prove fundamental theorem and homomorphism of groups.

- (b) सिद्ध कीजिए कि $m + n\sqrt{2}$ के रूप की वास्तविक संख्याओं का समुच्चय (जहाँ m, n परिमेय हैं) साधारण योग और गुणा के सापेक्ष वलय होता है।

Prove that the set of real numbers of the form $m + n\sqrt{2}$ (where m, n are rational) is a ring with ordinary addition and multiplication.

- (c) सिद्ध कीजिए प्रत्येक क्षेत्र अनिवार्यतः एक पूर्णाकीय प्रान्त होता है।

Prove that every field is necessarily an integral domain.

इकाई / Unit - V

5. (a) यदि $x + \frac{1}{x} = 2 \cos \theta$ तो सिद्ध कीजिए कि

$$x^n + \frac{1}{x^n} = 2 \cos n\theta \text{ तथा } x^n - \frac{1}{x^n} = 2 i \sin n\theta$$

If $x + \frac{1}{x} = 2 \cos \theta$ then prove that

$$x^n + \frac{1}{x^n} = 2 \cos n\theta \text{ and } x^n - \frac{1}{x^n} = 2 i \sin n\theta$$

- (b) सिद्ध कीजिए—

Prove that -

$$2 \tan^{-1} \left[\sqrt{\frac{a-b}{a+b}} \tan \frac{x}{2} \right] = \cos^{-1} \left[\frac{b+a \cos x}{a+b \cos x} \right]$$

- (c) सिद्ध कीजिए—

Prove that -

$$\frac{7}{1.3.5} + \frac{19}{5.7.9} + \frac{31}{9.11.19} + \dots \infty = 1 - \frac{\pi}{8}$$