

AH-1146 CV-19
B.A./B.Sc. (Part-II)
Term End Examination, 2019-20
MATHEMATICS
Paper-III

Time: Three Hours

[Maximum Marks: 50]

नोट : प्रत्येक इकाई से एक-एक प्रश्न चुनते हुए कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।
Note : Answer five question in all, selecting one question from each Unit. All questions carry equal marks.

इकाई/Unit-I

1. (a) रेखाओं $x=0$, $y=0$ और $3x+4y=5$ द्वारा निर्मित एक त्रिभुज की भुजाओं के अनुदिश बल p , $2p$, $3p$ क्रियाशील है परिणामी का परिमाण और उसकी क्रिया रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Forces p , $2p$, $3p$ act along the sides of a triangle formed by the lines $x=0$, $y=0$ and

$3x+4y=5$, find the magnitude of the resultant and the equation of its line of action.

- (b) सिद्ध कीजिए कि एक कण पर क्रियाशील अनेक संख्यक समतलीय बलों के अंतर्गत उसकी साम्यावस्था के लिए आवश्यक एवं पर्याप्त प्रतिबंध यह है कि एक अल्प विस्थापन में बलों द्वारा किये गये कल्पित कार्यों का योग, निकाय के ज्यामिति स्थिति से संगतता बनाये रखते हुए शून्य हो

Prove that the necessary and sufficient condition that a particle acted upon by a number of coplanar forces be in equilibrium is that the sum of the virtual works done by the forces in a small displacement consistent with the geometrical condition of the system is zero.

2. (a) एक एकसमान दण्ड, जिसकी मोटाई $2b$ है, त्रिज्या a के रूक्ष क्षेतिज बेलन पर सममित रूप से टिका है, दर्शाइये कि दण्ड की साम्यावस्था स्थायी या अस्थायी होगी तदनुसार कि $b < a$ या $b > a$

A uniform beam of thickness $2b$, rests symmetrically on a perfectly rough horizontal cylinder of radius a , Show that the equilibrium of the beam will be stable or unstable according as $b < a$ or $b > a$

- (b) एक टेलीग्राफ के तार की विस्तृति 90 फीट है। मध्य में आनयन ज्ञात कीजिए यदि तनाव 175 पौण्ड से अधिक न हो, मान लिया गया है कि 18 फीट के तार का भार 1 पौण्ड है।

A Telegraph wire has a span of 90 ft. find the sag in the middle if the tension is not to exceed 175 lbs, assuming that 18 feet of the wire wights 1 lb.

इकाई/Unit-II

3. (a) तीन बल क्रमशः सरल रेखाओं $x=0$, $y-z=a$; $y=0$, $z-x=a$; $z=0$, $x-y=a$ के अनुदिश क्रिया करते हैं। दिखाइये कि उन्हें एक बलयुग्म के तुल्य लघुकृत नहीं किया जा सकता है।

Three forces acting along the straight lines $x=0$, $y-z=a$; $y=0$, $z-x=a$; $z=0$, $x-y=a$. Show that they can not be reduced equivalently to a couple.

- (b) डायनेम (X, Y, Z, L, M, N) के लिए समतल $x+y+z=0$ के शून्य विक्षेप स्थिति ज्ञात कीजिए।

Find the null point of the plane $x+y+z=0$ for the dyname (X, Y, Z, L, M, N)

4. (a) दर्शाइये कि, व्यापक रूप में, दो बल-निकाय संयुग्मी रेखाओं का केवल एक ही जोड़ा उभयनिष्ठ रखते हैं।

Show that in general two system of forces have only one pair of conjugate line in common.

- (b) दर्शाइये कि एक दृढ़ पिण्ड पर कियाशील बलों के एक दिये गये निकाय का एक एकल बल और एक बलयुग्म सहित जिसका अक्ष बल की किया रेखा की दिशा में संपाती है में समानयन किया जा सकता है।

Show that a given system of forces acting on a rigid body can be reduced to a single force together with a couple whose axis coincides with the direction of the force.

इकाई/Unit-III

5. (a) एक कण सरल आवर्त गति में गतिमान है जिसका आकर्षण केन्द्र O है। गति की विवेचना कीजिए।

A particle executes a simple harmonic motion in which the centre of attraction is O. Discuss the motion.

- (b) यदि गतिमान कण के त्रिज्य और अनुप्रस्थ वेग का अनुपात सदैव अचर हो तो दर्शाइये कि पथ एक समकोणिक सर्पिल है

If the ratio of radial and transverse velocities of a moving particle is always constant, then show that its path is an equiangular spiral

6. (a) सिद्ध कीजिए कि प्रक्षेप का पथ परवलय होता है

Prove that the path of projectile is parabola.

- (b) ध्रुव की ओर दिष्ट बल का नियम ज्ञात कीजिए जिसके अंतर्गत निम्नलिखित वक्र निर्मित होता है

$$a/r = \coth\theta/\sqrt{2}$$

Find the law of force towards the pole under which the following curve is described

$$a/r = \coth\theta/\sqrt{2}$$

इकाई/Unit-IV

7. (a) सूर्य के चारों ओर पृथ्वी के कक्ष की उत्केन्द्रता $1/60$ है। दर्शाइये कि पृथ्वी की सूर्य से दूरी कक्ष के अर्द्धदीर्घ अक्ष की लम्बाई से वर्ष में आधे से अधिक के दौरान लगभग दो दिन बढ़ जाती है।

The eccentricity of the earth's orbit round the sun is $1/60$ Show that the earth's distance from the sun exceeds the length of the semi-major axis of the orbit about 2 days more than the half the year.

- (b) पृथ्वी के वर्तमान कक्ष को वृत्ताकार लेते हुए ज्ञात कीजिए कि इसका पथ क्या होगा यदि सूर्य के द्रव्यमान को अचानक वर्तमान द्रव्यमान का $1/n$ गुणा पर लघ्वीकृत कर दिया जाय।

The earth's present orbit being taken to be circular. Find what its path would be if the sun's mass were suddenly reduced to $1/n$ of what it is now.

8. (a) समतल वक्र के अनुदिश गतिमान एक कण का स्पर्श रेखीय एवं अभिलम्बीय दिशा में वेग के घटक का सूत्र ज्ञात कीजिए।

Derive the formula to find components of velocity of a particle moving along a plane curve in tangential and normal directions.

- (a) एक कण एक चक्र में गुरुत्व के अंतर्गत दोलन कर रहा है, गति का आयाम b है आवर्तकाल T है दर्शाइये कि विराम की स्थिति से किसी समय t पर इसका वेग है।

$$\frac{2\pi b}{T} \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

A particle oscillates in a cycloid under gravity, the amplitude of the motion being b , and period being T . Show that its velocity at any time t measured from a position of rest is

$$\frac{2\pi b}{T} \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

इकाई/Unit-V

9. (a) एक कण आकाश में अचर गुरुत्वाकर्षण के प्रभाव में ऐसे माध्यम में गति करता है जिसमें प्रतिरोधी बल उसके वेग के समानुपाती है वेग तथा दूरी में संबंध ज्ञात कीजिए।

A Particle falling under gravity (Supposed constant) in a medium whose resistance varies as the velocity. Find relation between velocity and distance.

- (b) एक कण गुरुत्व के अंतर्गत एक माध्यम जिसका अवरोध बल $= mkv^4$ है गति कर रहा है गति ज्ञात कीजिए जहाँ v कण का वेग है।

A particle is moving under gravity in a medium whose resistance $= mkv^4$ find the motion where V is velocity of particle.

10. (a) गिरती हुई वर्षा की बूंद की त्रिज्या वाष्प के जमने के कारण समरूप से बढ़ती है। यदि इसको एक क्षैतिज वेग दे दिया जाय तो दर्शाइये कि वह एक अतिपरवलय जिसकी एक अनंतस्पर्शी ऊर्ध्वाधर है बनायेगी।

A falling raindrop has its radius uniformly increased by access of moisture. If it has given to it a horizontal velocity, show that it will then describe a hyperbola, one of whose asymptotes is vertical.

- (b) ध्रुवीय निर्देशांकों के पदों में किसी कण का त्वरण ज्ञात कीजिए।

Find the acceleration of a particle in terms of polar co-ordinates.