AH 1145 CV-19

B.A./B.Sc. (Part-II) (Private)

Term End Examination, 2019-20

MATHEMATICS

Paper - II

Differential Equations

Time:- Three Hours] [Maximum Marks:50

नोट : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note: Answer all quations. All questions carry equal marks.

इकाई / Unit - I

1. (a) रैखिक अवकल समीकरण $x^2y'' + x^2y' - 2y = 0$ को श्रेणी में हल कीजिए।
Solve in series the linear differential equation $x^2y'' + x^2y' - 2y = 0$.

(b) सिद्ध कीजिए (Prove that) : $\int_0^\infty e^{-ax} J_0(bx)dx = \frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}}$

अथवा / OR

(a) सिद्ध कीजिए (Prove that) ;-

$$1 + \frac{1}{2}P_1(\cos\theta) + \frac{1}{3}P_2(\cos\theta) + \ldots\ldots\ldots = \log\left\{\frac{1+\sin^{\theta}/_2}{\sin^{\theta}/_2}\right\}$$

(b) निम्नलिखित स्टर्म–ल्यूविल समस्या के सभी आइगेन मान और आइगेन फलन ज्ञात कीजिए : $y'' + \lambda y = 0;\ y(0) + y'(0) = 0, y(1) + y'(1) = 0$

Find all eigen values and eigen functions of the following Sturm-Liouville problem: $y'' + \lambda y = 0;\ y(0) + y'(0) = 0, y(1) + y'(1) = 0$

इकाई / Unit - II

2. (a) निम्नलिखित का लाप्लास रूपान्तरण ज्ञात कीजिए
Find Laplase Transformation of the following :
(i) $e^{-t}(3sin2t - 5cos2t)$ (ii) $J_0(t)$

(b) निम्नलिखित का लाप्लास रूपान्तरण ज्ञात कीजिए
Find Laplase Transformation of the following :
(i) $f(t) = t\sin^2 t$ (ii) $f(t) = \frac{1-cosat}{t}$

अथवा / OR

(a) मान ज्ञात कीजिए (Find) ;-
(i) $L^{-1}\left\{\frac{6}{2p-3} - \frac{3+4p}{6p^2-16} + \frac{8-6p}{16p^2+9}\right\}$ (ii) $L^{-1}\left\{\frac{1}{p^2+8p+16}\right\}$

(b) दिखाइए (Show that) ;-
$L^{-1}\left(\frac{p^2}{p^4+4a^2}\right) = \frac{1}{2a}\{\cos hat\ \sin at + sinhat\ cosat\}$

इकाई / Unit - III

3. (a) निम्नलिखित से स्वच्छ फलनों को विलुप्त कर आंशिक अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए : $y = f(x-at) + xF(x-at) + x^2\Phi(x-at)$

Find the partial differential equation by eliminating the function -
$y = f(x-at) + xF(x-at) + x^2\Phi(x-at)$

(b) हल कीजिए / Solve -
$x^2(y-z)p + y^2(z-x)q = z^2(x-y)$.

अथवा / OR

(a) हल कीजिए / Solve -
$$x^2p^2 + y^2q^2 = z^2$$

(b) हल कीजिए / Solve -
$z^2(p^2+q^2) = x^2 + y^2$

इकाई / Unit - IV

4. (a) हल कीजिए / Solve -
$$p + r + s = 1$$

(b) समीकरण $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = x^2\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ का वर्गीकरण कीजिए और विहित रूप में रूपान्तरित कीजिए।

Classify and reduce the equation $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ to canonical form

अथवा / OR

(a) हल कीजिए / Solve -

$$D^2 - DD' - 2D)z = \sin(2x + 4y) + x^2 y$$

(b) हल कीजिए / Solve -

$$(D^2 - D^{12} - 3D + 3D')z = xy + e^{x+xy}$$

इकाई / Unit - V

5. (a) मानलो एक फलनक $I[y(x)]$ वर्ग $C'[0,1]$ पर निम्नलिखित रूप से परिभाषित है $I[y(x)] = \int_0^1 \sqrt{1 + [y'(x)]^2} dx$ सिद्ध किजिए कि $I[1] = 1, I[x] = \sqrt{2}\, and\, I[x^2] = \frac{\sqrt{5}}{4} + \frac{1}{4}\sinh^{-1} 2$

Let a functional $I[y(x)]$ defined on the class $C'[0,1]$ be given by $I[y(x)] = \int_0^1 \sqrt{1 + [y'(x)]^2} dx$

Prove that $I[1] = 1, I[x] = \sqrt{2}\, and\, I[x^2] = \frac{\sqrt{5}}{4} + \frac{1}{4}\sinh^{-1} 2$

(b) निम्नलिखित फलन का चरम ज्ञात कीजिए

Find the externals of the following fuctional $I[y(x)] = \int x(dx^2 + dy^2)^{1/2}$

अथवा / OR

(a) दीर्घवृत्त $4x^2 + 9y^2 = 36$ एवं बिन्दु A(1,0) के मध्य लघुत्तम दूरी ज्ञात कीजिए

Find the shortest distance between the point A(1,0) and the ellipse

$$4x^2 + 9y^2 = 36$$

(b) क्या A(0,0) और B(a,0) से होकर जाने फलन का $I[y(x)] = \int_0^a (y'^2 + y^2 + x^2) dx$ के चरम के लिए जैकोबी प्रतिबंध संतुष्ट होता है?

Is the jacobi condition fulfilled for the externals of the functional $I[y(x)] = \int_0^a (y'^2 + y^2 + x^2) dx$ Passing through A(0,0) and B(0,0)?