

**AH 1108 CV-19**  
**B.A./B.Sc. Private (Part-I)**  
 Term End Examination, 2019-20  
**MATHEMATICS-III**

Time:- Three Hours ]

[Maximum Marks:50

नोट : प्रत्येक प्रश्न से किन्ही दो भागों को हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।  
 Note: Solve any two parts from each question. All questions carry equal marks.

**इकाई / Unit - I**

1. (a) P का मान ज्ञात कीजिए जबकि सदिश  $2i - j + k$ ,  $i + 2j - 3k$ ,  $3i + Pj + 5k$  समतलीय है।

Find the value of P when vectors  $2i - j + k$ ,  $i + 2j - 3k$ ,  $3i + Pj + 5k$  are co-planer.

(b) फलन  $\phi = x^2 - y^2 + 2z^2$  का दिशीय अवकलज बिन्दु  $P(1,2,3)$  पर रेखा  $PQ$  की दिशा में ज्ञात कीजिए जहाँ  $Q$  के निर्देशांक  $(5,0,4)$  है।

Find the directional derivative of  $\phi = x^2 - y^2 + 2z^2$  at Point  $P(1,2,3)$  in the direction line  $PQ$  where co-ordinate of  $Q$  is  $(5,0,4)$

(c) सिद्ध कीजिए

Prove that :

$$\text{curl}(\vec{A} \times \vec{B}) = (\vec{B} \cdot \nabla)\vec{A} - (\vec{A} \cdot \nabla)\vec{B} + \vec{A} \text{dir} \vec{B} - \vec{B} \text{dir} \vec{A}$$

**इकाई / Unit - II**

2. (a) यदि  $\vec{r}(t) = \begin{cases} 2i - j + 2k, & \text{जब } t = 2 \\ 4i - 2j + 3k, & \text{जब } t = 3 \end{cases}$  तब सिद्ध कीजिए  $\int_2^3 (\vec{r} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt}) dt = 10$

if  $\vec{r}(t) = \begin{cases} 2i - j + 2k, & \text{जब } t = 2 \\ 4i - 2j + 3k, & \text{जब } t = 3 \end{cases}$  then prove that :  $\int_2^3 (\vec{r} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt}) dt = 10$

(b)  $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$  का ज्ञात कीजिए जहाँ  $\vec{F} = (x^2 + y^2)i + xyj$  तथा  $C$ ,  $xy$  समतल में  $y = x^2$  का  $(0,0)$  से  $(3,9)$  तक चाप है।

Evaluate  $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$  Where  $\vec{F} = (x^2 + y^2)i + xyj$  and  $C$  is arc of curve  $y = x^2$  from  $(0,0)$  to  $(3,9)$  in  $xy$ -plane.

(c) समतल में ग्रीन का सत्यापन  $\oint_C [(x^2 - y^2)dx + x^3 dy]$  के लिए कीजिए जहाँ  $C$  वक्रों  $y = x$  और  $y = x^2$  से परिबद्ध क्षेत्र की परिसीमा है।

Verify green's theorem for  $\oint_C [(x^2 - y^2)dx + x^3 dy]$  where  $C$  is boundary of region bounded by curve  $y = x$  and  $y = x^2$ .

**इकाई / Unit - III**

3. (a) शांकव  $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$  के बिन्दु  $P(\alpha)$  पर स्पर्शरेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of tangent of conic  $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$  at point  $P(\alpha)$ .

(b) नियामक वृत्त को परिभाषित कीजिए तथा  $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$  के नियामक वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Define director circle and find the equation of director circle of  $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$

(c) निम्न शांकव का अनुरेखन कीजिए -

Trace the following conic -

$$x^2 - 5xy + y^2 + 8x - 20y + 150 = 0$$

#### इकाई / Unit - IV

4. (a) सिद्ध कीजिए कि समतल  $2x - 2y + z = 0$  गोले  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 2z - 3 = 0$  को स्पर्श करता है, संपर्क बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

Prove that plane  $2x - 2y + z = 0$  touches the sphere  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 2z - 3 = 0$ . Find the co-ordinate of tangent Point.

(b) सिद्ध कीजिए कि निम्न समीकरण शंकु निरूपित करता है और उसके शीर्ष का निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

$$x^2 - 2y^2 + 3z^2 - 4xy + 5yz - 6zx + 8x - 19y - 2z - 20 = 0$$

Prove that following equation represents cone find its co-ordinate

$$x^2 - 2y^2 + 3z^2 - 4xy + 5yz - 6zx + 8x - 19y - 2z - 20 = 0.$$

(c) इस बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके जनक रेखा  $\frac{x}{3} = \frac{y-4}{5} = \frac{z+1}{-4}$  के समांतर है तथा आधार वक्र  $3x^2 - 4y^2 = 5, z = 2$  है।

Find that equation of cylinder whose generators are Parallel to line  $\frac{x}{3} = \frac{y-4}{5} = \frac{z+1}{-4}$  and base curve is  $3x^2 - 4y^2 = 5, z = 2$ .

#### इकाई / Unit - V

5. (a) सरल रेखा  $7x - 6y + 9 = 0, z = 3$  से जाने वाले ऐसे तलों का समीकरण ज्ञात कीजिए जो शांकवज  $7x^2 - 3y^2 - z^2 + 21 = 0$  को स्पर्श करें।

Find the equation of planes which passes through line  $7x - 6y + 9 = 0, z = 3$  and touches the conicoides  $7x^2 - 3y^2 - z^2 + 21 = 0$

(b) अतिपरवलयज  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{16} = 1$  के बिन्दु  $(2,3,-4)$  से होकर जाने वाले जनकों के समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of generators of Hyperboloid  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{16} = 1$  passing through point  $(2,3,-4)$

(c) निम्नलिखित समीकरणों को प्रमाणिक रूप में समानयन कीजिए.

$$3z^2 - 6yz - 6zx - 7x - 5y + 6z + 30 = 0$$

Reduce the following equations in standard forms.

$$3z^2 - 6yz - 6zx - 7x - 5y + 6z + 30 = 0$$